

ZAUBERHAFTE MATHEMATIK – MATHEMATISCHE ZAUBEREIEN

PROF. MAG. DIETER KADAN, WIEN & LONDON

Zauberkunststücke fesseln die Aufmerksamkeit unserer Schüler und machen sie neugierig. Dabei entpuppen sich oft mathematische Gesetzmäßigkeiten als die gesuchten Erklärungen! Wer weiß, dass z.B. die Ziffernsumme einer zufälligen Zahl dazu dienen kann, eine geheim gewählte Spielkarte unter vielen zu entdecken? Der Aufsatz wendet sich an Lehrer, die im Unterricht mit Mathematik „bezaubern“ wollen, auch wenn sie noch nie ein Zauberkunststück selbst vorgeführt haben. Es werden Kunststücke vorgestellt, die als Einstieg zu verschiedenen Kapiteln der Schulmathematik geeignet sind. Der Autor Mag. Dieter Kadan unterrichtet derzeit Mathematik und Physik an der Deutschen Schule London und ist ehemaliger österreichischer Vizestaatsmeister der Zauberkunst.

1. MIT MIR MÜSSEN SIE RECHNEN!

Ich bin Mathematiklehrer und Zauberer. Bei allen beschriebenen Kunststücken geht es ums Zaubern mit Zahlen. Werden Sie selbst mit mir gemeinsam zum „Mathemagier“, zum Zauberer mit Zahlen, indem Sie ein mathematisches Zauberkunststück vorführen, egal ob im privaten Kreis oder in der Schule!

Manche, weniger an Mathematik interessierte Menschen haben Mathematik leider in schlechter Erinnerung. Ich glaube, dass wir als „Mathemagier“ mit der Vorführung eines unterhaltsamen, mathematischen Zauberkunststückes an dieser Erfahrung etwas ändern können. Die Begeisterung für Mathematik lässt sich im wahrsten Sinn des Wortes „durch Zauberei“ auf unsere Zuschauer bzw. auf unsere Schüler im Unterricht, übertragen. Keinesfalls aber wird „Mathematik als unerklärliche Magie“ auf den nun folgenden Seiten dargestellt, sondern „Zauberei wird durch Mathematik erklärbar“ ist das Motto.

1.1 WER SOLLTE DIESEN AUFSATZ LESEN?

- Wer zur Unterhaltung gerne mit Zahlen bezaubern möchte.
- Wer gerne seine Zuschauer beim Zaubern mitmachen lässt.
- Wer *nicht* als Schnellrechner auftreten möchte.
- Wer nicht nur Rätselfragen stellen möchte.

1.2 WAS ENTHÄLT DIESER AUFSATZ?

- Eine Gedächtnisstütze für die Kunststücke, die im Workshop vorgeführt werden.
- Erklärungen, wie man mit mathematischen Zauberkunststücken unterhalten kann.
- Anregungen, wie man für die Schulmathematik Interesse wecken kann.
- Mathemagie

2. TIPPS ZUM ZAUBERN IM UNTERRICHT

Die Kunststücke sind für ein Publikum von zehn bis dreißig Personen gedacht und sollten im Stehen präsentiert werden. Bei kleineren Gruppen sitzt man mit seinen Zuschauern gemeinsam an einem Tisch.

Zaubereien, bei denen der Zuschauer etwas berechnen muss, kann man sich oft mit mathematischen Termen erklären. Ich habe diese Terme bei jedem Kunststück unter der Rubrik „**Ein bisschen Mathematik**“ angeführt. Das heißt aber nicht, dass Sie gleich dort nachlesen sollen. Gerade diese Neugierde, diese Sie vielleicht jetzt bei sich selbst verspüren, nützen Sie bei Ihren Schülern, damit diese versuchen, *selbst* die mathematischen Zusammenhänge zu erkennen. Als kleiner Anstoß genügt z.B. der Hinweis, am besten einen Term mit x , den **Zauberterm** aufzustellen. Kunststücke mit gedachten Zahlen sind aus Sicht der Schüler „Tricks mit x “, wobei x für die gedachte Zahl steht. Der **Zauberterm** stellt den mathematischen Inhalt eines Kunststückes dar, er ist das Kernthema des Unterrichtes. Die Verpackung eines Algorithmus in ein Zauberkunststück stellt nur das Vehikel dar, mit dem wir die Mathematik transportieren.

Normalerweise kann ein Zuschauer ein Zauberkunststück nur schwer rekonstruieren, weil er sich nicht an den *genauen* Ablauf erinnern kann. Unseren Schülern geht es genauso. Bei der Besprechung eines Zauberkunststückes im Unterricht lasse ich sie versuchen, die einzelnen Phasen des Kunststückes Schritt für Schritt zuerst ohne Hilfe selbst aufzuschreiben. Dann vergleichen die Schüler untereinander, ob sie den Ablauf des Kunststückes korrekt rekonstruiert haben. Im anschließenden Plenum verrate ich natürlich, welchen Ablauf ich geplant hatte. Dieses Gerüst finden Sie in der Rubrik „**Die Vorführung (Was man sagt)**“. Als Hausaufgabe lasse ich meine Schüler die Schritte diesmal auf ein handliches Stück Karton schreiben. So entsteht die **Zauberkarte**, von der man bei der Vorführung die Anweisungen an den Zuschauer ablesen kann. Manche Schüler erkennen übrigens, dass sie mit einer schön dekorierten Zauberkarte mehr Erfolg beim Publikum haben.

Der **Zauberterm** und die **Zauberkarte** sind also die methodischen Werkzeuge zur Sicherung des Unterrichtsertrages.

2.1 SCHERZFRAGE

Wo stellt sich ein Mathematiker im Zimmer hin, wenn es kalt ist?

3. KURT GÖDEL UND HOUDINI

Gebiet:

Teilbarkeit, Taschenrechner, Ziffernsumme, Kopfrechnen

Zubehör:

1 Taschenrechner, 1 Bild von Kurt Gödel bzw. Houdini

Der Effekt (Was man sieht):

Der Zuseher multipliziert ausgehend vom Lebensalter von Kurt Gödel, einem der berühmtesten Mathematiker Österreichs, solange mit beliebigen Zahlen, bis eine möglichst große Zahl am Display des Taschenrechners zu sehen ist. Er wählt heimlich eine Ziffer davon aus und nennt dem Mathemagier nur die übrigen Ziffern in beliebiger Reihenfolge. Der Mathemagier weiß sofort, welche Ziffer heimlich gewählt wurde.

Das Experiment wird wiederholt - diesmal in Zusammenhang mit Houdini, dem berühmtesten Magier aller Zeiten. Wieder weiß der Mathemagier sofort, welche Ziffer heimlich gewählt wurde.

Die Vorführung (Was man sagt und was man tut):

1. „Kurt Gödel, einer der berühmtesten Mathematiker Österreichs, wurde 72 Jahre alt. Der kleine Kurt bekam schon bald den Spitznamen „Herr Warum“, weil er unablässig fragte. Er hat bewiesen, dass es in der Mathematik Sätze gibt, die man *nicht* beweisen kann.“ Siehe Oberes Bild 1.
2. „Bitte tippen Sie Gödels Alter 72 in den Taschenrechner ein.“
3. „Wir machen ein Experiment, für das wir eine möglichst große Zahl brauchen, die ich nicht wissen kann. Multiplizieren Sie bitte die 72 mit einer zweistelligen Zahl. Wieviel Stellen hat das Ergebnis?“ Der Helfer sagt drei bzw. vier.
4. „Multiplizieren Sie das Ergebnis wieder mit einer zweistelligen Zahl. Wieviel Stellen hat das Ergebnis jetzt?“
5. „Multiplizieren Sie das Ergebnis zum dritten und letzten Mal mit einer zweistelligen Zahl. Wieviel Stellen hat das Ergebnis jetzt?“ Der Zuschauer sagt (höchstens) acht.
6. „Von diesen acht Ziffern wählen Sie für sich eine Ziffer *geheim* aus, die Sie mir nicht verraten. Wählen Sie *keine* Null. Die Null zählt nicht. Alle anderen Ziffern sagen Sie mir jetzt. Damit es nicht zu leicht für mich wird, können Sie auch die Reihenfolge vertauschen.“
7. Der Helfer sagt z.B. 2-3-6-4-9-5-5.
8. „Ich weiß genau, Sie haben sich die Ziffer ZWEI ausgedacht.“ Dazu bilden Sie die Ziffernsumme modulo 9 und ziehen Sie das Ergebnis von 9 ab. In unserem Fall erhalten sie 2.
9. Lassen Sie sich die Ziffer vom Helfer bestätigen und beenden Sie das Kunststück mit den Worten: „Kurt Gödel würde fragen: Warum haben Sie das gewusst?!“



Ein bisschen Mathematik:

Das vielstellige Ergebnis ist immer durch neun teilbar, weil Sie mit der Zahl 72 als Faktor begonnen haben. Die Teilbarkeitsregel für neun besagt, dass die Ziffernsumme aus dem Ergebnis durch 9 teilbar sein muss. Sie bilden deshalb die Ziffernsumme aus den vom Helfer genannten Ziffern. Der Einfachheit halber bilden Sie daraus wieder die Ziffernsumme solange, bis Sie eine einstellige Zahl erhalten, z.B. 7 für obiges Beispiel. Die Differenz zu 9 ergibt die gedachte Ziffer. Wenn das Ergebnis 9 ist, hat sich der Helfer 9 gedacht (Differenz null).

Fast hätt' ich's vergessen:

Sie können das Kunststück ausnahmsweise wiederholen. Sie wissen schon, dass Sie zwecks Ablenkung eine kleine Änderung vornehmen müssen! Ich empfehle, die Zuseher an Houdini, den berühmtesten Magier aller Zeiten, zu erinnern. Siehe unteres Bild 2. Houdini starb im Jahr 1926 durch einen Faustschlag in die Magengrube, was einen Blinddarmsriss hervorrief. Da 1926 durch neun teilbar ist, lassen Sie jetzt den Helfer mit 1926 beginnen.

Praktischerweise können Sie das Kunststück jederzeit aus dem Stegreif vorführen, also *immer* wenn Sie jemand bittet, etwas zu zaubern. Der Helfer braucht nur den Rechner auf seinem Handy zu benutzen.

3.1 ANTWORT AUF DIE SCHERZFRAGE

In eine Ecke. Da sind 90° .

4. TIER ERRATEN**Gebiet:**

Taschenrechnerbedienung, Rechnen mit Termen, Stellenwertsystem

Zubehör:

1 Taschenrechner, das Arbeitsblatt mit den Tieren (Kopiervorlage siehe oben)

Der Effekt (Was man sieht):

Der Zuschauer führt mit einer selbst gewählten Zahl eine Berechnung durch. Mit Hilfe des Ergebnisses sucht er ein Tier aus einer Reihe von Tierbildern aus.

Nach einer weiteren Rechnung scheint der Taschenrechner(!) zu wissen, welches Tier gewählt wurde.

Die Vorführung (Was man sagt und was man tut):

Sie müssen nichts tun, außer die geeignete Anzahl von Kopien bereitzustellen. Allerdings sollte jeder Schüler für sich alleine arbeiten, weshalb auch jeder einzelne einen Taschenrechner parat haben sollte. Der Rechner am Handy kann notfalls auch verwendet werden, wenn die Ziffern in der Siebensegmentanzeige dargestellt werden, z.B. 7353 auf diese Art: 7353 (digital display)

Ein bisschen Mathematik:

Eine dreistellige Zahl der Form $[x \ x \ x]$, ein Zifferndrilling, hat gemäß dem Dezimalsystem den Wert $100x + 10x + x = 111x$. Die Ziffernsumme von $[x \ x \ x]$ ist $x + x + x$, also $3x$. Bei der Division eines Zifferndrillings durch seine Ziffernsumme ist das Ergebnis *immer* 37, weil $111x : 3x = 37$. Insbesondere ist der Quotient 37 auch noch von x unabhängig. Es ist demnach *egal*, welche Zahl der Zuschauer zu Beginn wählt! Das Tier wird immer der ESEL sein.

Jetzt muss man nur noch 7353 auf das Display zaubern und am Kopf stehend lesen. Dieser letzte Schritt enthält nichts Überraschendes. $37 \cdot 199 - 10 = 7353$.

Fast hätt' ich's vergessen:

Alle Tiere auf dem Arbeitsblatt *außer dem Esel* können also gar nicht gewählt werden und dienen nur der Ablenkung. Aus didaktischen Gründen verleitet man aber Schüler auszuprobieren, ob sich etwa das Wort Papagei mit dem TR darstellen lässt. Oder sie wiederholen das Kunststück aus Neugierde mit einem anderen Zifferndrilling. Sobald das klar ist, dass das Kunststück nur mit dem ESEL funktioniert, wächst die Neugierde, warum jedes Mal 37 heraus kommt. Viel Spaß beim Unterrichten!

4.1 TIER ERRATEN Kopiervorlage

Taschenrechnerzauberei

Name:

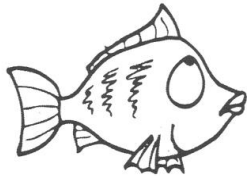
Stelle vor Beginn des Kunststücks den Taschenrechner so ein,
dass *keine* Nachkommastelle angezeigt wird: 2nd > FIX > 0

Würfle in Gedanken eine Zahl von 1 bis 6.
Gib die Ziffer dreimal nebeneinander in den Taschenrechner ein, z.B. 222.
Dividiere diese dreistellige Zahl durch die Summe dieser drei Ziffern,
z.B. durch 6, weil $2+2+2=6$
Merke dir jenes Tier, bei welchem dein Ergebnis steht.

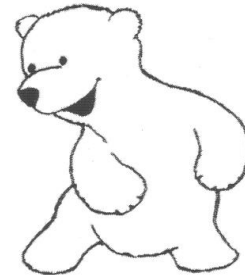
Multipliziere das Ergebnis mit der magischen Zahl 199!
Und subtrahiere dann die Zahl 10.

Simsalabim!

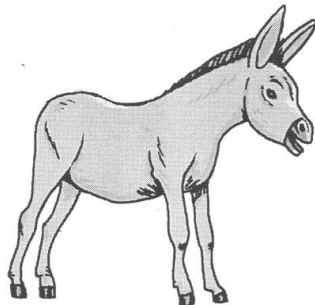
Der Taschenrechner sagt dir, an welches Tier du denkst,
Du brauchst nur das Ergebnis am Kopf stehend zu lesen.



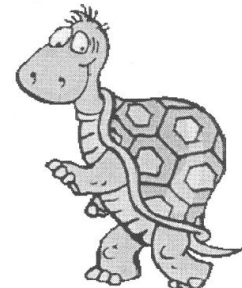
← 19



28 →



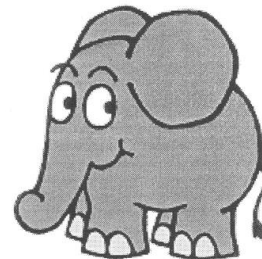
← 37



46 →



← 55



64 →

NICHT VERZAGEN - KADAN FRAGEN!

5. GEDANKENLESEN – der Buchtest

Gebiet:

Das Dezimalsystem als Stellenwertsystem

Zubehör:

1 Buch, 1 Whiteboard oder die Kreidetafel

Der Effekt (Was man sieht):

Ein Freiwilliger aus dem Publikum merkt sich heimlich ein durch den Zufall bestimmtes Wort in einem Buch. Der Zauberkünstler gibt vor die Gedanken zu lesen, und nennt daraufhin das gedachte Wort.

Die Vorführung (Was man sagt und was man tut):

1. Sie bitten drei Zuseher eine Ziffer von 1 bis 9 zu nennen. Daraus bilden Sie die höchste dreistellige Zahl und schreiben sie an die Tafel.
2. Sie schreiben die Ziffern in umgekehrter Reihenfolge darunter und bitten einen Zuseher, die Zahlen zu subtrahieren. Kontrollieren Sie unbedingt das Rechenergebnis!
3. Jetzt schreiben Sie die Ziffern des Ergebnisses in umgekehrter Reihenfolge darunter und bitten einen Zuseher, diesmal die Zahlen zu addieren.
4. „Das Ergebnis ist eine von den Zusehern durch Zufall bestimmte Zahl“, sagen Sie, „die Sie verwenden wollen, um ein Wort in einem im Klassenraum vorhandenen Buch zu bestimmen.“ Z.B. aus der Zahl 1089 bildet man 108 und 9, für die Seite 108 und für das neunte Wort auf dieser Seite.
5. Sie bitten einen Freiwilligen zu sich, der als Medium wirken soll. Er nimmt sich das Buch, und liest das Wort, ohne dass es andere sehen können. Sie bitten das Medium, sich auf das Wort zu konzentrieren. Nach anfänglichen Fehlversuchen nennen Sie schlussendlich korrekt das 9. Wort auf Seite 108. Lassen Sie sich das vom Medium bestätigen.

Ein bisschen Mathematik:

Der Effekt wäre *echtes* Gedankenlesen, sofern Sie den Inhalt des Buches nicht vorher auswendig gelernt haben. Würden Sie hingegen das Ergebnis der Rechnung beeinflussen können, müssten Sie nur genau dieses eine Wort in einem unbeobachteten Moment vorher selbst nachlesen und nachher den Gedankenleser spielen. Tatsächlich tun Sie genau das! Trotz der drei zufällig gewählten Ziffern ist das Ergebnis bei dem obigen Verfahren immer das gleiche, nämlich 1089.

Jede dreistellige Zahl „abc“ aus den Ziffern a, b und c kann man korrekt in der Form $100a + 10b + c$ darstellen. Die Zahl „cba“ hat die Form $100c + 10b + a$. Berechnet man die Differenz „abc“ – „cba“ ergibt sich $99a - 99c = 99(a-c)$. Das ist das erste Zwischenergebnis. Es handelt sich also um die Vielfachen von 99. Das sind 99, 198, 297, 396, 495, 594, 693, 792, 891. Bei drei verschiedenen Ziffern a, b, c ist a-c immer größer oder gleich zwei, deshalb interessieren uns nur die Zahlen von 198 bis 891.

Mit diesen wird die Addition „efg“ + „gfe“ durchgeführt. Diese Zahlen „efg“ haben die Form $100x + 90 + (9-x)$! In umgekehrter Reihenfolge angeschrieben hat „gfe“ die Form $(9-x) \cdot 100 + 90 + x$. Berechnet man damit die Summe $[100x + 90 + (9-x)]$ plus $[(9-x) \cdot 100 + 90 + x]$ ist das Ergebnis $99 + 990 = 1089$. q.e.d. #

Fast hätt' ich's vergessen:

Dieses Kunststück könnte man zu einem späterem Zeitpunkt mit einem anderen Buch(!) vor gleichem Publikum wieder vorführen. Dadurch wird der Umstand verschleiert, dass wieder mit der Zahl 1089 operiert wird. Das gewählte Wort ist zumindest ein anderes (Wenn Ihnen der Zufall nicht ein Schnippchen schlägt, und im zweiten Buch das gleiche Wort an derselben Stelle steht, Sie Unglücklicher!).

Lassen Sie doch Ihre Oberstufenschüler die Berechnungen mit dreistelligen Zahlen so oft durchführen, bis sie selbst erkennen, dass immer 1089 herauskommt. Danach können Sie ihnen auch

den obigen Beweis zumuten. Viele berühmte Mentalisten wie Hanussen, Dunninger und Kreskin hatten einen Buchtest in ihrem Programm. Jetzt können wir mit Hilfe der Mathematik das scheinbar Unerklärliche erklären.

6. EPILOG

Zaubern im Mathematikunterricht? Ist das einfach nur Unterhaltung? Ich denke, es ist eine Kombination aus Beidem, nämlich Unterricht auf unterhaltsame Art nach der Formel:

Education + Entertainment = Edutainment.

Mit der Vorführung eines Zauberkunststückes im Unterricht leite ich, in Anlehnung an Platon und die sokratische Methode einer didaktischen Gesprächsführung, „die Geburt“ bloß ein. Was darauf folgt, ist der eigentlich wesentliche Schritt: Er besteht darin, „das Kind“, die mathematische Erkenntnis, zur Welt zu bringen. Im Unterricht bleibt beim Ringen um die mathematische Erkenntnis das Geheimnis eines Zauberkunststückes selbstverständlich kein Geheimnis mehr. Unter Zauberkünstlern gilt diese Art des Unterrichtes übrigens *nicht* als Geheimnisverrat. Wir leisten zwar einen Schweigeeid, wenn wir einem Zauberklub beitreten. Wir verpflichten uns aber auch, unser Wissen an die Zauberlehrlinge, die Schüler des Mathemagiers, weiter zu geben. Das *Laien*publikum hingegen staunt nur und bleibt unwissend.

Ein Tipp:

Befolgen Sie die drei **Newton'schen Axiome der Zauberkunst**.

1# Üben Sie ihre Kunststücke zu Hause vor einem Spiegel.

2# Üben Sie Ihre Kunststücke!

3# Üben Sie!

Noch ein Tipp:

Gerne hilft man Ihnen in diesem Wiener Zaubersfachgeschäft weiter: www.trickbox.at

Besuchen Sie auch die Webseite dieses Zauberklub: www.ibmringvienna.at

Danke für ihr Interesse! Haben Sie etwas vermisst? Schreiben Sie mir bitte, wenn Sie einen mathemagischen Rat brauchen oder eines meiner Kunststücke publizieren wollen, an dieterkadan@mathemagie.at.

Manche mathemagischen Themen kamen aus Zeit- und Platzgründen *noch* nicht vor. Ich würde mich deshalb sehr freuen, Sie bei meinem nächsten Workshops zu sehen. Bis dahin wünsche Ihnen viel Erfolg als Mathemagier,

Ihr

Dieter KADAN

(Dieter K. GOLF, der Mathemagier)

London, im März 2015

LITERATUR

Acheson, David: 1089 oder das Wunder der Zahlen. Eine Reise in die Welt der Mathematik. Köln 2006

Benjamin, Arthur / Shermer, Michael: Secrets of Mental Math. The Mathemagician's Guide to Lightning Calculation and Amazing Mental Math Tricks. New York 2007

Diakonis, Perci / Graham, Ron: Magical Mathematics. The Mathematical Ideas That Animate Great Magic Tricks. Princeton 2011

Erens, Oliver: Zauberei für Dummies. Weinheim 2011

Fulves, Karl: Self-Working Number Magic. 101 Foolproof Tricks. New York 1983

Gardner, Martin: Mathematics, Magic and Mystery. New York 2003

Heath, Royal V.: Mathemagic. Magic, Puzzles and Games with Numbers. New York 2003

Lambacher Schweizer: Mathematik. Band 3 (7. Schuljahr). Schülerbuch. Ausgabe Baden-Württemberg. Klett. Stuttgart 2005

Mulcahy, Colm: Mathematical Card Magic. 52 new effects. New York 2013

Wardle, Chris: Maths Tricks and Number Magic. Great Britain 2014